



www.simiode.org  
**SIMIODE** Systemic Initiative for Modeling  
Investigations and Opportunities with Differential Equations

**VERSIÓN DEL ESTUDIANTE**  
**MODELADO DE BURBUJAS DE GAS**  
**INTRAOCULARES EN PACIENTES DE CIRUGÍA DE**  
**RETINA**

Brian Winkel  
Director de SIMIODE  
Cornwall NY USA

Traducido por Migdonio González  
Universidad Tecnológica de Panamá  
Ciudad de Panamá, Panamá

**STATEMENT**

Durante algunas cirugías de retina, el cirujano oftalmológico inyectará un gas, a veces aire, pero a menudo varias mezclas de aire y hexafluoruro de azufre ( $SF_6$ ) o perfluorocarbonos ( $C_nF_{2n+2}$ ), en el líquido dentro de la cavidad vítrea del ojo (el interior del globo ocular) para ayudar al proceso de curación. Esto crea una burbuja intraocular para mantener la presión sobre el área tratada quirúrgicamente y proporciona un efecto de taponamiento que provoca el cierre funcional de las roturas de retina, el desprendimiento retiniano, los agujeros maculares, etc. Consulte [8] para obtener información sobre el procedimiento quirúrgico y los detalles.

El gas ahora se usa con bastante frecuencia en muchas, si no en la mayoría, de las operaciones; ya sea aproximadamente 16-20 % de mezcla de gases ( $SF_6$  y aire o  $C_3F_8$  y aire) según el caso. El aire, por sí solo, se usa muy raramente. [5]

Por taponamiento nos referimos a la “compresión patológica de una parte”. [4] En efecto, los oftalmólogos buscan determinar “si la burbuja intraocular taponará la rotura retiniana lo suficiente como para que se forme una adhesión coriorretiniana alrededor de la rotura”. [9]

Citamos de la literatura médica sobre la necesidad de controlar el tamaño de la burbuja.

“El gas intravítreo se usa comúnmente en conjunto con la vitrectomía y la re inserción retiniana para taponar las rupturas retinianas en el tratamiento de desprendimientos retinianos complicados. Para una ruptura retiniana dada, el tamaño y la duración de la burbuja de gas intravítreo determinan si el taponamiento efectivo de la ruptura retiniana está presente el tiempo suficiente como para mantener la aposición de la retina y el epitelio pigmentario de la retina. Se hace importante poder predecir con precisión la cinética de desaparición de las burbujas de gas intraoculares para tomar una decisión adecuada con respecto a la cantidad y el tipo de gas que se utilizará.” [12, p. 609]

Además, los cirujanos necesitan saber qué gas usar y cuánto gas usar.

“La predictibilidad de la cinética de los gases intraoculares es importante ya que el cirujano debe elegir el tipo de gas y el tamaño de la burbuja de gas intraocular para lograr una duración adecuada del taponamiento intraocular de la ruptura retiniana.” [9, p. 691]

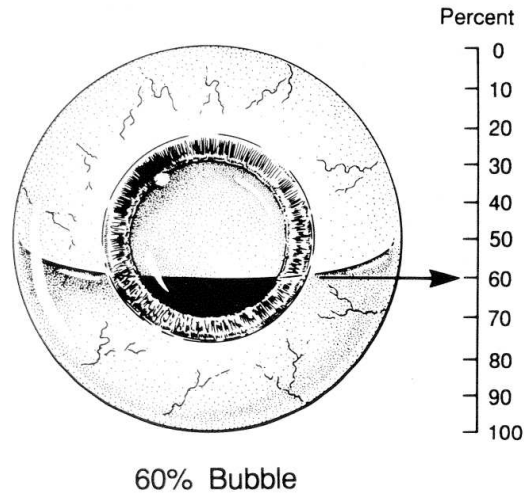
Se presume que la forma general del ojo es una esfera de radio de 1 cm y se sabe que la burbuja de gas tiene la siguiente forma: un disco circular plano en la parte inferior (menisco) con una parte superior abovedada en contacto con el globo ocular. La burbuja flota en la parte superior del globo ocular y cuando el paciente está de pie, esta burbuja está limitada por debajo del menisco del disco plano, paralelo al suelo. Sin embargo, debido a la óptica del ojo, al paciente le parece que la burbuja está en la parte inferior del globo ocular con una parte superior plana. El paciente puede ver la forma exacta de la burbuja y su progreso durante el período de recuperación después de la cirugía.

Los médicos monitorean el tamaño de la burbuja para determinar si la burbuja es adecuada para proporcionar el efecto de taponamiento. En la Figura 1 vemos un enfoque para medir el tamaño de la burbuja al registrar la altura del menisco, es decir, la base plana de la burbuja desde la base del globo ocular, y luego calcular la altura en el tiempo  $t$  (en días) como un porcentaje del diámetro vertical del ojo. Esto se convierte fácilmente a centímetros usando el supuesto de que el globo ocular típico tiene 2 cm de diámetro y, por lo tanto,  $h = h(t)$ , la altura real del menisco en cm, es simplemente uno menos el porcentaje observado por 2 cm, es decir

$$h = \left(1 - \frac{\text{Percent}}{100}\right) * 2. \quad (1)$$

Por lo general, el cirujano inyecta suficiente gas para ocupar todo el volumen vítreo esférico del globo ocular. Por lo tanto, supondremos que la burbuja ocupa inicialmente todo el volumen del globo ocular (cavidad vítrea), es decir,  $h(0) = 0$ .

Durante un período de tiempo, el gas se difunde fuera del globo ocular y el nivel de líquido vítreo completo vuelve a la cavidad vítrea del paciente. Un período de tiempo razonable para que dicha burbuja alcance un nivel insignificante (digamos menos del 0.1% del volumen del globo ocular) es de 60 días. Curiosamente, en pacientes con diabetes u otras razones que no permiten que el líquido intraocular salga normalmente, la burbuja dura mucho más tiempo.[5]



**Figura 1.** “La altura del menisco de una burbuja de gas intraocular se estima clínicamente como un porcentaje del diámetro vertical del ojo visto a través de la pupila dilatada con el plano de la córnea perpendicular al suelo.” [12, p.609]

### Datos de pacientes

En correspondencia personal con el Dr. John T. Thompson [10] recibimos un conjunto de datos humanos que se utilizó en el estudio encontrado en [9]. Hemos colocado el conjunto de datos completo en un archivo complementario de este documento en el sitio web de SIMIODE con el nombre 1-30-EyeData.xls [11]. Este archivo contiene una explicación de la naturaleza exacta del archivo de datos, así como de los datos en sí. Seleccionamos varios conjuntos de datos de pacientes para nuestro trabajo aquí y los ofrecemos en la Table 1.

### Modelo Inicial y Justificación

La literatura médica sugiere que el volumen de la burbuja de gas intraocular en la cavidad vítrea,  $V = V(t)$  en  $\text{cm}^3$  en el tiempo  $t$  en días se puede modelar mediante el siguiente modelo de descomposición exponencial

$$\frac{dV}{dt} = -kV, \quad V(0) = \frac{4}{3}\pi(1^3). \quad (2)$$

NB(TRANUCCION?): Se supone que el radio del ojo típico es de 1 cm.

De hecho, al calcular la absorción de la burbuja hay dos modelos estudiados: “(1) logaritmo natural del volumen de la burbuja vs. tiempo, y (2) área de contacto superficial de la burbuja intraocular vs. tiempo. ... Con el modelo 1, se ha informado que la absorción de burbujas de gas intraoculares no expansivas se aproxima a una ecuación exponencial de primer orden con respecto al volumen de la burbuja de gas intraocular vs tiempo [12, 7, 1].” [9] A partir de una gráfica resumida, el autor hace la observación: “En comparación con el modelo 2, el modelo 1 muestra una disminución

inicial más rápida en el volumen absoluto, pero una disminución más lenta en el volumen absoluto cuando la burbuja intraocular es pequeña.”[9, p. 689] Existe apoyo para el modelo de decaimiento exponencial en la práctica a través de estas observaciones debido a su facilidad de uso y al uso de la noción común de vida media para la altura de la burbuja.

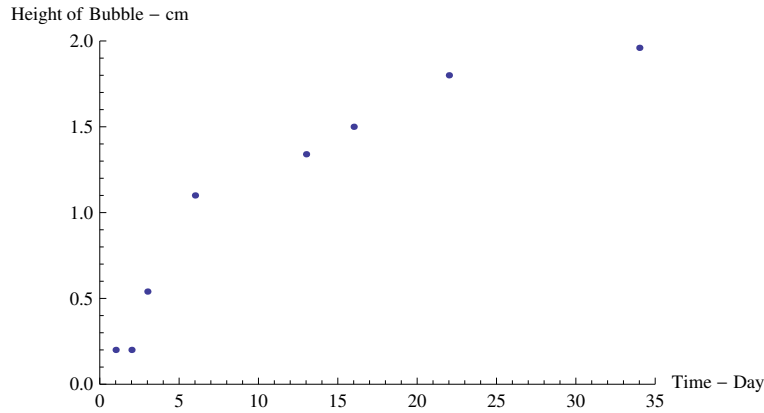
Consideramos los datos de varios pacientes, identificándolos por número de paciente como se encuentra en [10] para su análisis. En la Tabla 1 ofrecemos el conjunto de datos completo para estos pacientes de [10].

126	I	C	0.1	6	25	1	0.90	4.5850	1.5228	0.2
126	I	C	0.1	6	25	2	0.90	4.5850	1.5228	0.2
126	I	C	0.1	6	25	3	0.73	3.8377	1.3449	0.54
126	I	C	0.1	6	25	6	0.45	2.0266	0.7064	1.1
126	I	C	0.1	6	25	13	0.33	1.2460	0.2199	1.34
126	I	C	0.1	6	25	16	0.25	0.7830	-0.2446	1.5
126	I	C	0.1	6	25	22	0.10	0.1460	-1.9241	1.8
126	I	C	0.1	6	25	34	0.02	0.0062	-5.0832	1.96
179	P	C	0.2	12	2	1	0.85	4.8872	1.5866	0.3
179	P	C	0.2	12	2	2	0.80	4.6630	1.5397	0.4
179	P	C	0.2	12	2	3	0.75	4.3912	1.4796	0.5
179	P	C	0.2	12	2	6	0.70	4.0791	1.4059	0.6
179	P	C	0.2	12	2	10	0.70	4.0791	1.4059	0.6
179	P	C	0.2	12	2	20	0.45	2.2137	0.7947	1.1
179	P	C	0.2	12	2	36	0.28	0.9961	-0.0039	1.44
179	P	C	0.2	12	2	42	0.28	0.9961	-0.0039	1.44
186	A	C	0.2	13	4	1	0.75	3.2540	1.1799	0.5
186	A	C	0.2	13	4	2	0.75	3.2540	1.1799	0.5
186	A	C	0.2	13	4	3	0.70	3.0223	1.1060	0.6
186	A	C	0.2	13	4	6	0.65	2.7730	1.0199	0.7
186	A	C	0.2	13	4	13	0.55	2.2338	0.8037	0.9

**Tabla 1.** Datos de observación para varios pacientes referidos por número de paciente en el que vemos, por ejemplo, el paciente 126 tiene una lente intraocular (I); el gas usado para la burbuja fue gas perfluoropropano ( $C_3F_8$ ) (C); la concentración del gas fue del 10% (0.1); al paciente se le asignó el número de serie (6); al paciente se le asignó un número en esa serie para el estudio (25); los tiempos de observación en días fueron 1, 2, 3, 6, 13, 16, 22 y 34; el porcentaje (decimal) de la altura del menisco de la burbuja (comenzando con 0.90); el volumen de burbuja calculado ( $cm^3$ ) desde la altura del menisco (comenzando con 4.5850); logaritmo natural del volumen de la burbuja (comenzando con 1.5228); y altura real de la burbuja en cm (comenzando con 0.2) (agregado por este autor).[11].

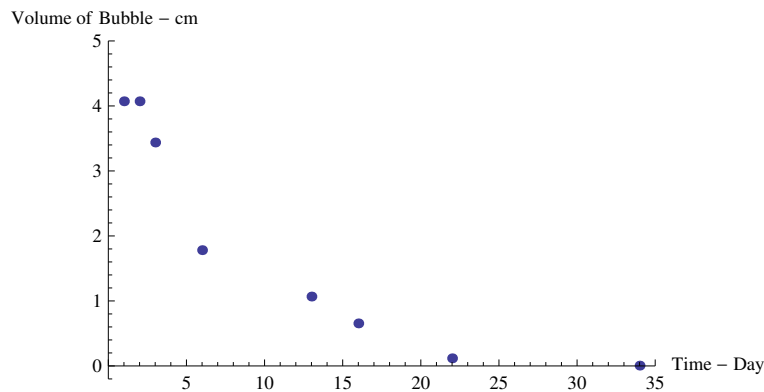
En la Figura 2 graficamos la altura del menisco de la burbuja de gas intraocular para el Paciente 126 como se estima clínicamente como un porcentaje del diámetro vertical del ojo visto a través

de la pupila dilatada con el plano del córnea perpendicular al suelo. Usamos (1) para convertir del porcentaje de altura máxima de 2 cm a la altura real en cm.



**Figura 2.** Gráfico de la altura del menisco de la burbuja de gas intraocular para el paciente 126.

La Figura 3 muestra el volumen calculado de la burbuja para los datos observados para el paciente 126 en función del tiempo en días y parece motivar la conjetura inmediata de un modelo de disminución exponencial, es decir, la tasa de cambio en el volumen por unidad de tiempo en días es proporcional al volumen en sí.



**Figura 3.** Gráfico del volumen de la burbuja de gas intraocular para el paciente 126.

**Actividad 0**

Explica la fórmula (1) y luego muestra cómo se obtiene el volumen de gas de la burbuja representada en la Figura 1 dada su altura.

Ahora, en las Actividades (1) - (5) a continuación, realiza tus análisis con los datos del Paciente 126 y luego toma otro paciente del archivo 1-30-EyeData.xls [11] y realiza los mismos análisis.

**Actividad 1**

Examinando o razonando algunos de los datos en 1-30-EyeData.xls [11] y algunos supuestos (decláralos) defiende por qué (2) es un modelo razonable.

**Actividad 2**

Elige los datos de varios pacientes del archivo 1-30-EyeData.xls [11] y modela los datos con (2). Determina la tasa constante  $k$  para varios pacientes y compáralos. De hecho, la tasa de descomposición  $k > 0$  se determina para los datos del paciente en varios escenarios de lentes y el modelo resultante, por lo tanto, elige escenarios o condiciones idénticas y diferentes para el paciente.

**Actividad 3**

Piensa mucho sobre esta situación fisiológica. El gas en el centro de la burbuja no va a ninguna parte, pero el gas a lo largo de la pared de la región vítrea en el globo ocular podría escapar. Con eso en mente, ofrece un modelo diferente a (2). Aquí también, selecciona los datos de varios pacientes del archivo 1-30-EyeData.xls [11] y modela los datos con (2). Determina los parámetros en tu modelo para varios pacientes y compáralos. De hecho, los parámetros pueden determinarse para los datos del paciente en varios escenarios y el modelo resultante, por lo tanto, elige escenarios o condiciones idénticos y diferentes para el paciente.

**Actividad 4**

Permítenos refinar nuestro modelo en la Actividad 1-3 al considerar TODAS las diferentes formas en que el gas puede escapar de la región vítrea del globo ocular y reflejar eso en un modelo revisado final. Con este nuevo modelo en mente, ofrece un modelo diferente. Aquí también, elige los datos de varios pacientes del archivo EyeData.xls[11] y modela los datos con este modelo más nuevo. Determina los parámetros en tu modelo para varios pacientes y compáralos. De hecho, los parámetros pueden determinarse para los datos del paciente en varios escenarios y el modelo resultante, por lo tanto, elige escenarios o condiciones idénticos y diferentes para el paciente.

**Actividad 5**

Compara los resultados de todos sus modelos e intenta defender por qué la profesión oftalmológica utiliza el modelo de descomposición exponencial con información de vida media en su análisis de pacientes.

**Referencias**

- [1] Abrams, G. W. , H. F. Edelhauser, T. M. Aaberg, and L. H. Hamilton. 1974. Dynamics of intravetireal sulfur hexafluoride gas. *Investigative Ophthalmology & Visual Science*. 13: 863-868.

- [2] Akaike, H. 1974. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 19(6): 716-723.
- [3] Dieckert, J. P., P. J. O'Connor, D. S. Shacklett, T. J. Tredici, H. M. Lambert, J. Fanton, and J. O. Sipperley. 1986. Air Travel and Intraocular Gas. *Ophthalmology*. 93(5): 642-645.
- [4] *Free Dictionary by Farlex*. <http://medical-dictionary.thefreedictionary.com/tamponade>. Accessed 12 September 2014.
- [5] Lambert, M. Personal correspondence. 16 March 2014.
- [6] Ledder, G. 2013. *Mathematics for the Life Sciences*. New York: Springer.
- [7] Lincoff, H. A., J. M. Maisel, and A. Lincoff. 1984. Intravitreal disappearance rates of four perfluorocarbon gases. *Archive of ophthalmology*. 102: 928-929.
- [8] Michels, R. G., C. P. Wilkinson, and T. A. Rice. 1990. *Retinal detachment*. St. Louis MO: The C. V. Mosby Company.
- [9] Thompson, J. T. 1989. Kinetics of Intraocular Gases: Disappearance of Air, Sulfur Hexafluoride, and Perfluoropropane After Pars Plana Vitrectomy. *Archive of ophthalmology*. 107: 687-691.
- [10] Thompson, J. T. 1996. Personal correspondence. Letter dated 9 March 1996.
- [11] Thompson, J. T. 1996. Spreadsheet with 239 patient's data. <https://www.simiode.org/resources/677>. Accessed 22 September 2014.
- [12] Wong, R. F. and J. T. Thompson. 1988. Prediction of the Kinetics of Disappearance of Sulfur Hexafluoride and Perfluoropropane Intraocular Gas Bubbles. *Ophthalmology*. 95(5): 609-613.